

ネットワークモデルの基礎

熊本大学 円山 琢也

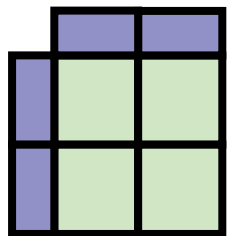
目次

- 交通配分モデルのキホン
- 行動モデルとの統合
- 時間短縮便益の計算

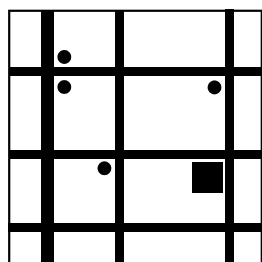
交通配分モデル：入力と出力

入力

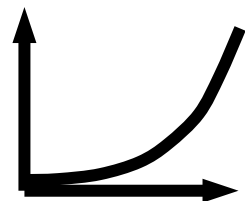
出力



1. OD表



2. ネットワーク
データ



3. リンク
パフォーマンス
関数

交通容量,
時間価値

交通配分
モデル

1. リンク交通量
2. 経路交通量
3. リンク旅行時間
4. 経路旅行時間
5. OD間旅行時間
6. など

入力条件を変化させた出力の差
より政策評価指標 (便益等)を計算可

新規道路を整備する場合は、
ネットワークを変化させる

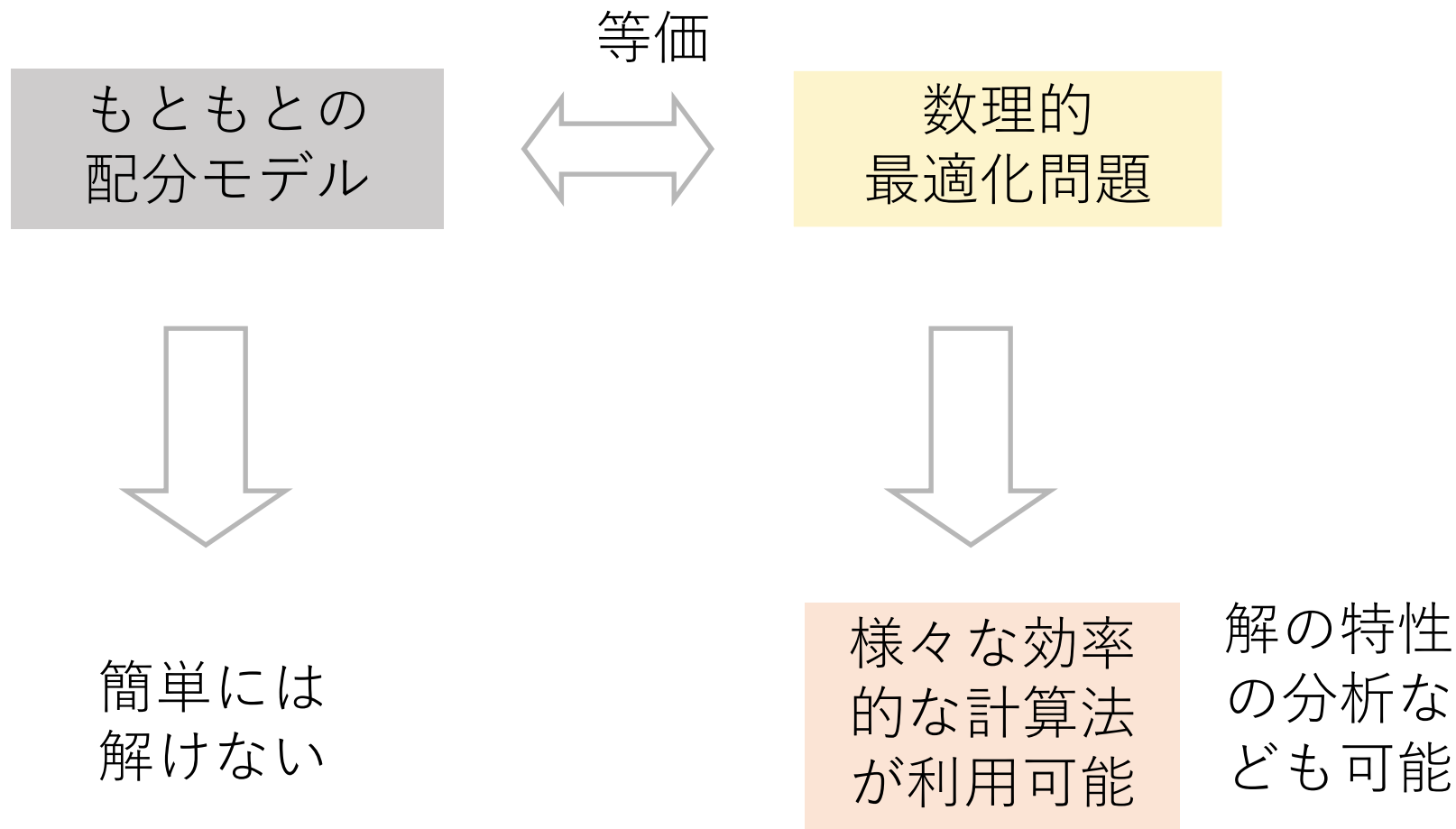
Wardrop均衡

- 利用者の経路選択行動の仮説
 - 利用者は経路に関する完全な (正確な) 情報を得ている
 - 利用者は常に最小旅行時間経路を選択する
- Wardrop均衡(等時間原則)
 - 利用される経路の所要時間は**皆等しく**，利用されない経路の所要時間より小さいか，せいぜい等しい状態



出典)
Google
Map

数理的最適化問題アプローチ



等価な問題への変換

Wardrop均衡の数式表現

$$c_k^{rs} - c_{rs} \geq 0, f_k^{rs} \geq 0$$

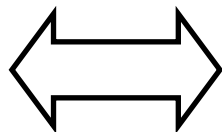
$$f_k^{rs} (c_k^{rs} - c_{rs}) = 0$$

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad f_k^{rs} \geq 0, x_a \geq 0$$

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs} \quad t_a = t_a(x_a)$$

等価



等価な最適化問題

$$\min. Z(\mathbf{x}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs}$$

$$f_k^{rs} \geq 0, x_a \geq 0$$

q_{rs} : ODペア rs 間OD交通量

f_k^{rs} : ODペア rs 間経路 k の経路交通量

x_a : リンク a のリンク交通量

$\delta_{a,k}^{rs}$: リンク経路接続行列

c_{rs} : ODペア rs 間の最小経路コスト

c_k^{rs} : ODペア rs 間経路 k の経路コスト

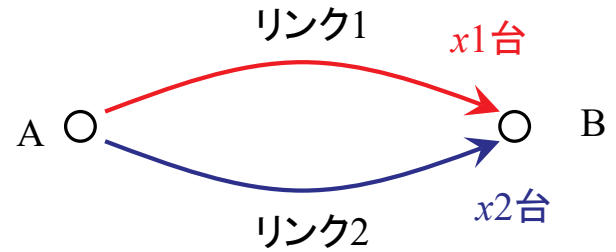
t_a : リンク a のリンクコスト

数式表現の詳細は参考文献を

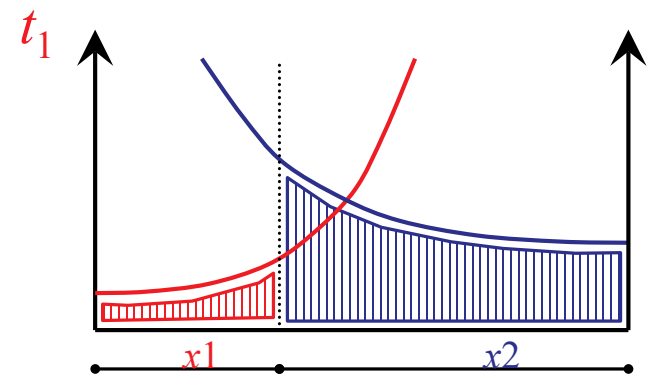
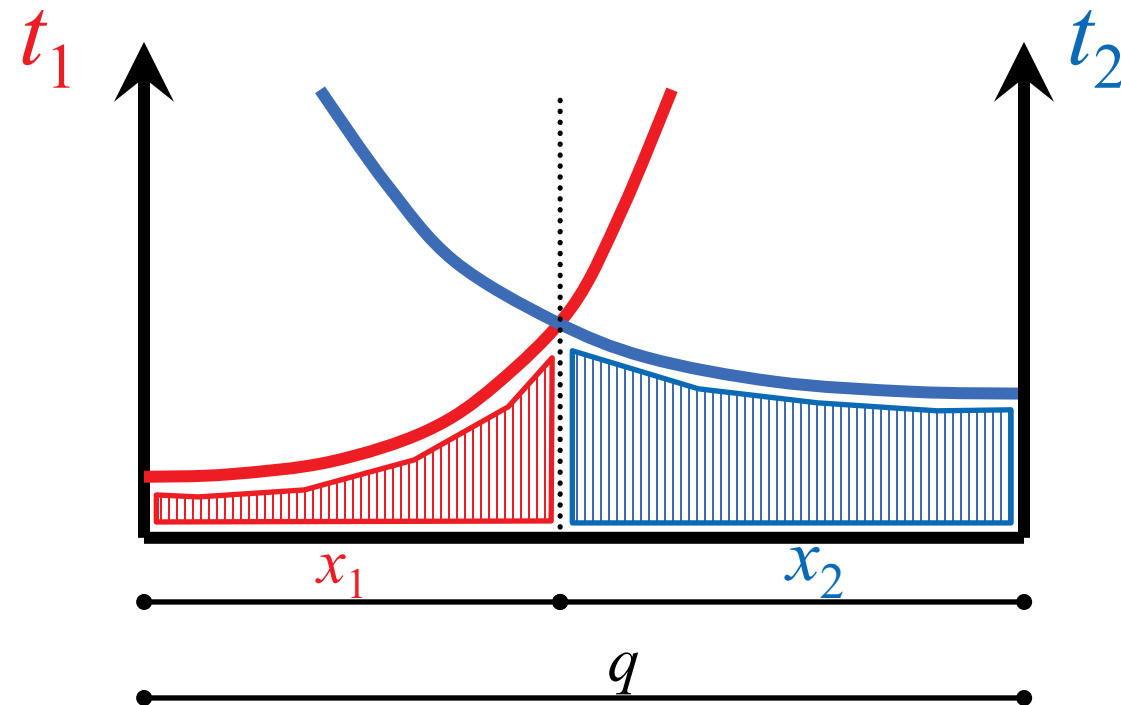
2リンクの場合

$$\min. Z(x_1, x_2) = \int_0^{x_1} t_1(x) dx + \int_0^{x_2} t_2(x) dx$$

斜線部の面積の和が目的関数



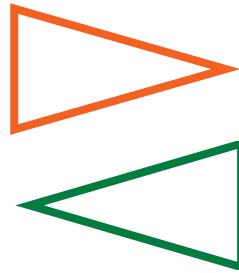
Cf. ポテンシャルゲームの
ポテンシャル関数



非均衡

全体像

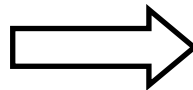
利用者行動



混雑現象

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

リンク交通量



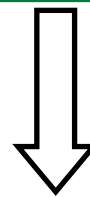
リンク
コスト関数

$$t_a(x_a)$$

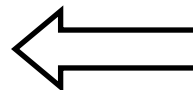
経路交通量



$$f_k^{rs}$$



最短経路
選択



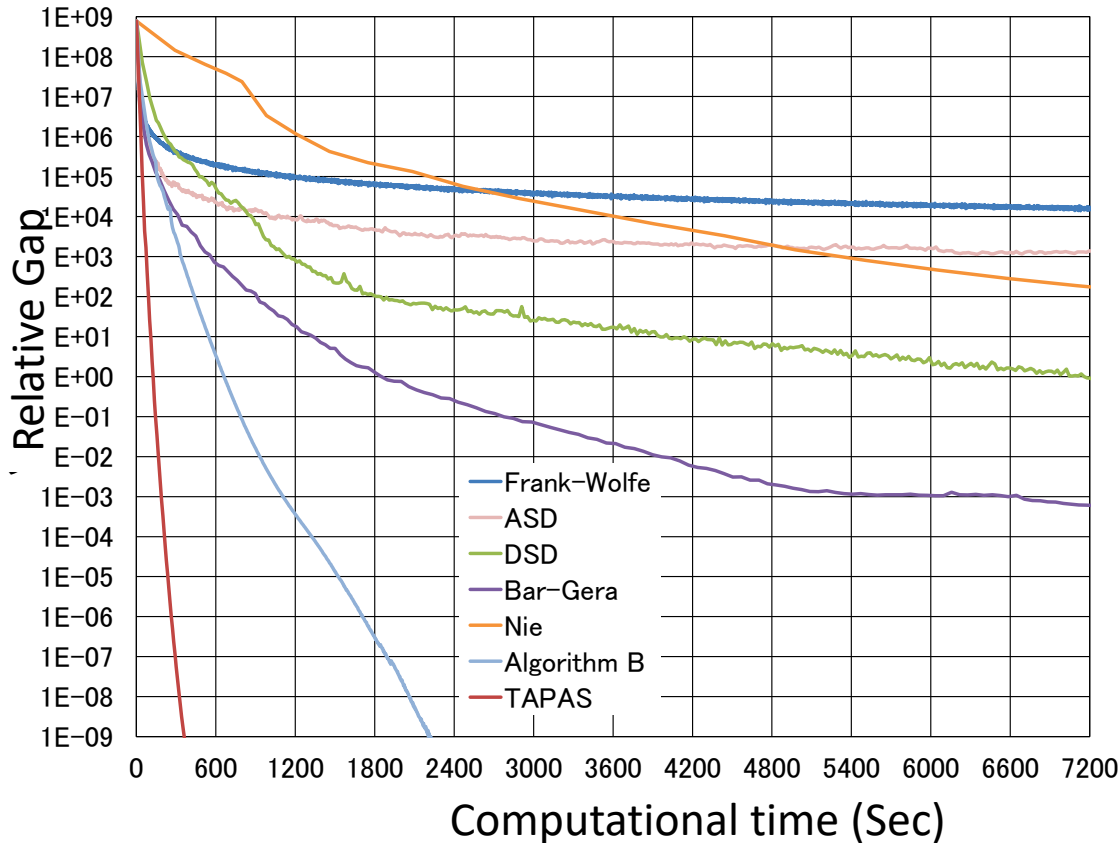
経路コスト

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$$

$$c_k^{rs} - c_{rs} \geq 0, \\ f_k^{rs} \geq 0$$

$$f_k^{rs} (c_k^{rs} - c_{rs}) = 0$$

解法と収束判定



#Link=22,266: #Node=8,168: #zone 568

出典) Inoue, S. and Maruyama. T. (2012) Computational experience on advanced algorithms for user equilibrium traffic assignment problem and its convergence error.

Bar-Gera, H. (2002) Origin-based algorithm for the traffic assignment problem. *Transportation Science* 36 398–417.

Dial, R. B. (2006) A Path-based user-equilibrium traffic assignment algorithm that obviates path storage and enumeration. *Transportation Research Part B* 40(10) 917–936

Bar-Gera, H. (2010). Traffic assignment by paired alternative segments. *Transportation Research Part B* Vol. 44, Issues 8–9, pp. 1022–1046.

Gentile, G. (2014) Linear User Cost Equilibrium: a bush-based algorithm for traffic assignment. *Transportmetrica A* 10(1) 15-54.

- さまざまな解法が開発
- 繰り返し計算の打ち切り基準=収束判定指標も多様
- **Relative gap:**
 - 目的関数の上下限值
 - > 等価最適化問題の性質を利用した指標
- 便益評価の利用など、シナリオ間の比較には厳しい収束判定が必要

確率的利用者均衡モデル (Logit SUE)

利用者行動

混雑現象

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}$$

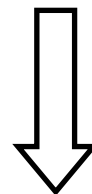
リンク交通量

リンクコスト関数

$$t_a(x_a)$$

$$f_k^{rs}$$

経路交通量



ロジット型
経路選択

経路コスト

$$c_k^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,k}^{rs}$$

$$f_k^{rs} = q_{rs} \frac{\exp(-\theta c_k^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta c_k^{rs})}$$

等価な最適化問題の目的関数の整理

	混雑なし	混雑あり
<p>確定的 経路選択</p>	<p>All or Nothing</p> $\min. \sum_a x_a t_a$	<p>利用者均衡UE</p> $\min. \sum_a \int_0^{x_a} t_a(x) dx$
<p>確率的 経路選択 (logit)</p>	<p>確率配分</p> $\min. \sum_a x_a t_a + \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$	<p>確率均衡 SUE</p> $\min. \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega + \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$

SUEにおける経路選択モデル

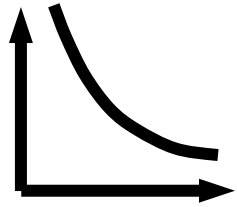
- Logit (Dial/MCA)
- Probit
- CNL, Network-GEV, MCA (原・赤松 2014, Oyama Hato 2019, Oyama et al. 2022)
- Weibit (Castillo et al. 2008,)
- 一般化Logit (Nakayama Chikaraishi 2015, Chikaraishi Nakayama 2016)
- など

LogitモデルのIIA問題の緩和、経路非列挙型 (大規模ネットワークでの適用念頭)など

需要変動型モデル：入力と出力

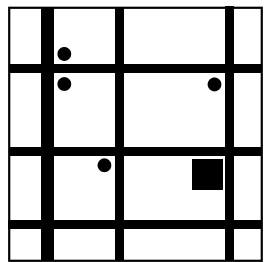
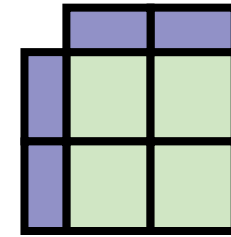
入力

出力



1. 需要関数

OD表が政策により
変化する

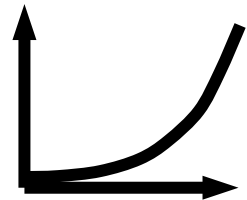


2. ネットワーク
データ

需要変動型
交通配分
モデル

1. OD表

2. リンク交通量
3. 経路交通量
4. リンク旅行時間
5. 経路旅行時間
6. OD間旅行時間
7. など



3. リンク
パフォーマンス
関数

交通容量,
時間価値

入力条件を変化させた出力の差
より政策評価指標 (便益等) も計算可

需要変動型モデルの組み合わせ

- OD単位の需要関数 Beckmann et al モデル
- 需要変動・確率均衡モデル
- 分担配分統合モデル
- 分布分担配分統合モデル
- など

分担配分統合型確率の利用者均衡モデル (Nested Logit SUE)

利用者行動

混雑現象

手段別経路交通量

手段別リンク交通量

$$f_{m,k}^{rs} = q_m^{rs} \Pr(k|m, rs)$$

$$x_a^m = \sum_{r,s,m,k} f_{m,k}^{rs} \delta_{m,a,k}^{rs}$$

手段別経路選択確率

手段別リンクコスト関数 $t_a^m(x_a^m)$

$$\Pr(k|m, rs) = \frac{\exp(-\theta c_{m,k}^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta c_{m,k}^{rs})}$$

$$c_{m,k}^{rs} = \sum_{m,a} t_a^m \delta_{ma,k}^{rs}$$

$$q_m^{rs} = q_{rs} \Pr(m|rs)$$

手段別OD交通量

手段別経路コスト

$$\Pr(m|rs) = \frac{\exp(-\eta S_m)}{\sum_m \exp(-\eta S_m)}$$

$$S_m = -\frac{1}{\theta} \log \sum_k \exp(-\theta c_{m,k}^{rs})$$

手段選択確率

手段別期待最小費用

モデルと等価な最適化問題

Logit 型 SUE

$$\min. Z(\mathbf{x}(\mathbf{f})) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\theta} \sum_{r,s,k} f_k^{rs} \log f_k^{rs}$$

Nested Logit SUE

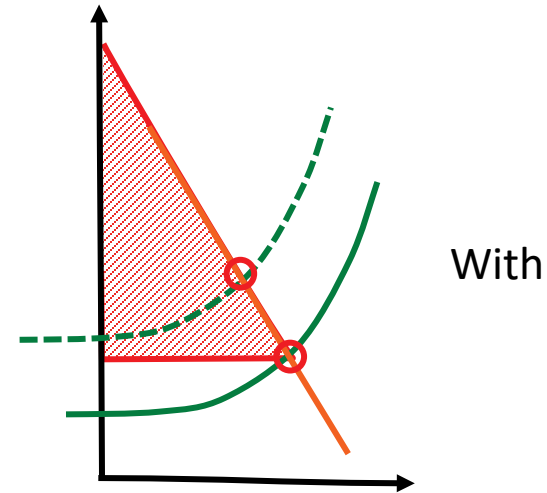
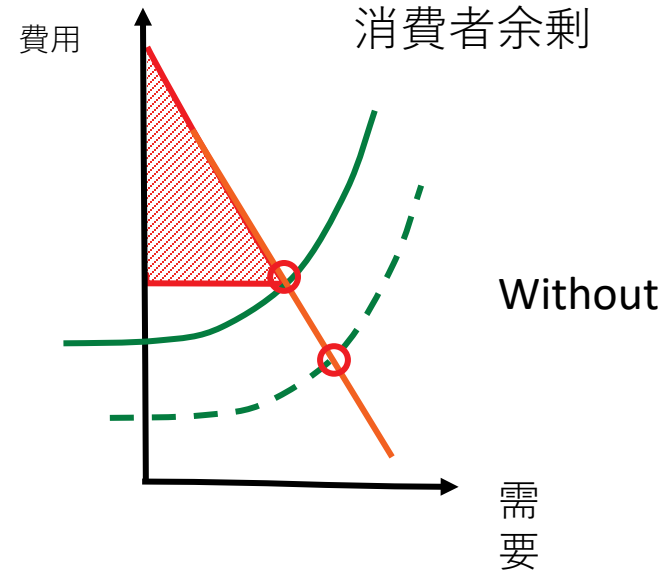
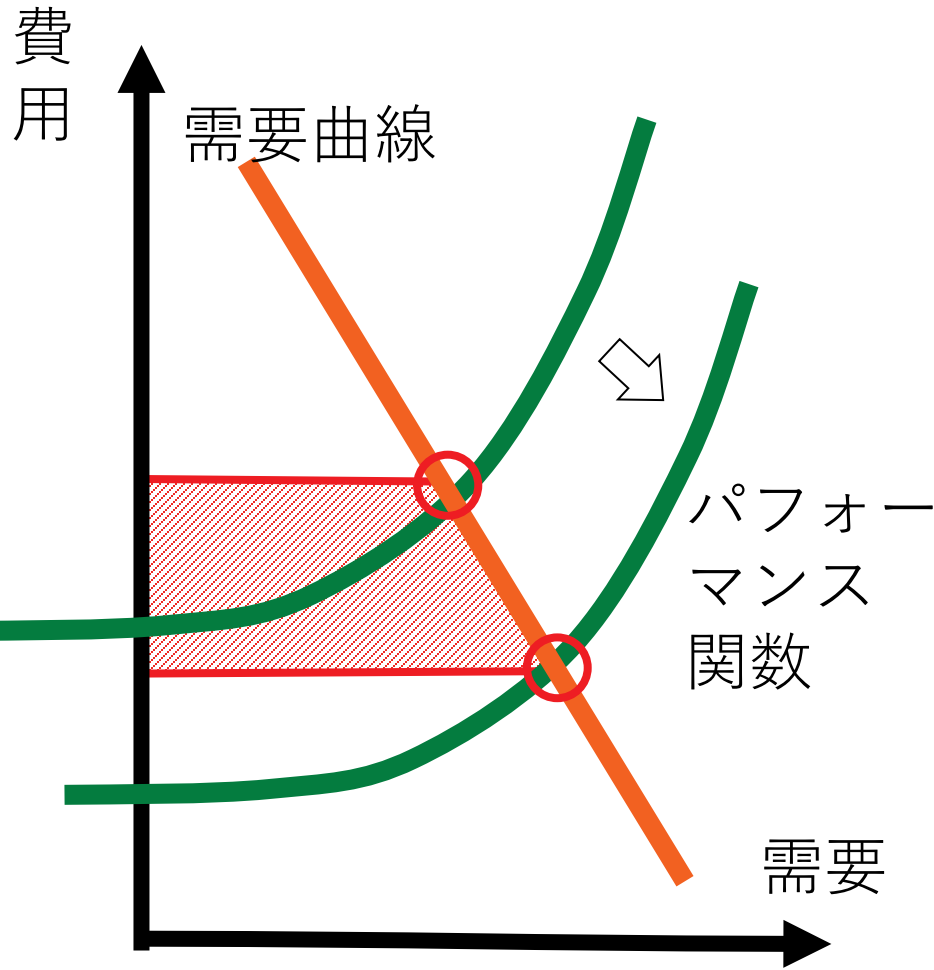


$$\min. Z(\mathbf{x}(\mathbf{f}), \mathbf{q}) = \sum_{m,a} \int_0^{x_a^m} t_a^m(\omega) d\omega + \frac{1}{\theta} \sum_{r,s,m,k} f_{m,k}^{rs} \log f_{m,k}^{rs} + \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\theta} \right) \sum_{r,s,m} q_m^{rs} \log q_m^{rs}$$

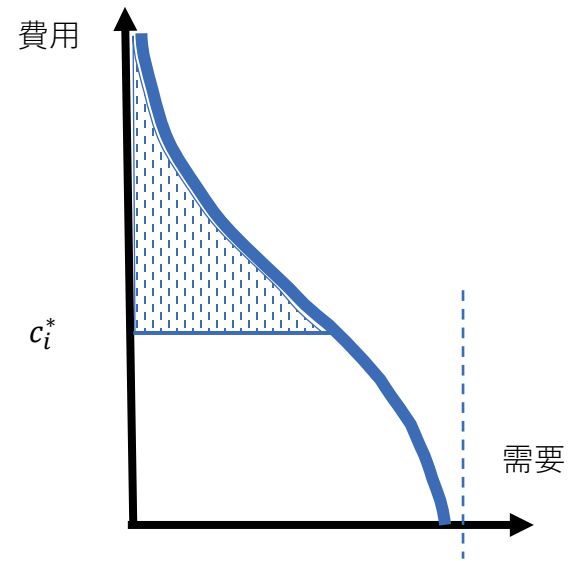
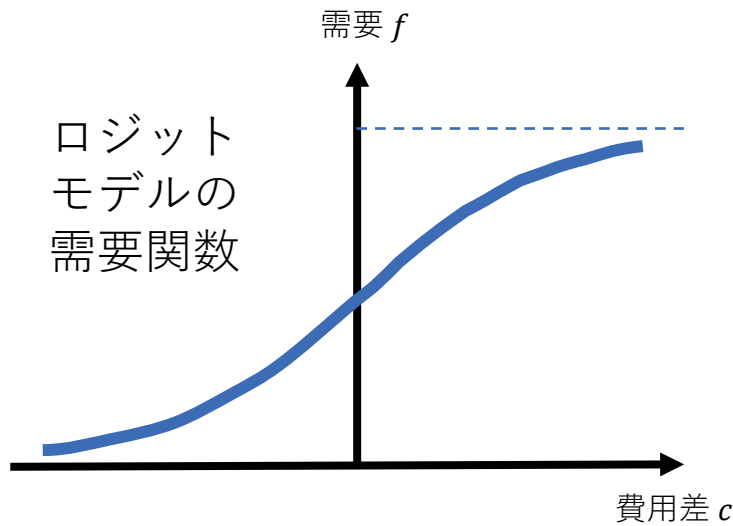
$$0 < \eta < \theta$$

という条件下で目的関数は狭義凸関数になっている
:解の一意性が証明される (c.f. NLモデルのRUMとの整合性条件)

利用者便益 = 消費者余剰の変化



ロジット型需要モデルの消費者余剰



$$f_i = q \frac{\exp(-\theta c_i)}{\sum_k \exp(-\theta c_k)}$$

$$\begin{aligned} CS &= \sum_i \int_{c_i^*}^{+\infty} f_i(c) dc_i \\ &= q \sum_i \int_{c_i^*}^{+\infty} \left(\frac{\exp(-\theta c_i)}{\sum_k \exp(-\theta c_k)} \right) dc_i \\ &= q \sum_i \left[-\frac{1}{\theta} \ln \sum_k \exp(-\theta c_k) \right]_{c_i^*}^{+\infty} = -\frac{q}{\theta} \ln \sum_k \exp(-\theta c_k^*) \end{aligned}$$

需要曲線の左側の面積がログサム

代表的個人の選択行動、
ガンベル分布の性質などからも
導出可能

利用者便益 = 総交通費用の変化？

$$UB_{OD} = \frac{1}{2} \sum_{rs} (q_{rs}^w + q_{rs}^{wo}) (c_{rs}^{wo} - c_{rs}^w)$$

$$TC = \sum_a t_a^{wo} x_a^{wo} - \sum_a t_a^w x_a^w$$

固定需要かつ確定的均衡を仮定

$$q_{rs}^w = q_{rs}^{wo} \quad f_{rs,k}^{wo} (c_{rs}^{wo} - c_{rs,k}^{wo}) = 0 \quad f_{rs,k}^w (c_{rs}^w - c_{rs,k}^w) = 0$$

$$\begin{aligned} UB_{OD} - TC &= \sum_{rs} \left(\sum_k f_{rs,k}^{wo} \right) c_{rs}^{wo} - \sum_{rs} \left(\sum_k f_{rs,k}^w \right) c_{rs,k}^w - \left[\sum_{r,s,k} f_{rs,k}^{wo} c_{rs,k}^{wo} - \sum_{r,s,k} f_{rs,k}^w c_{rs,k}^w \right] \\ &= \underbrace{\sum_{r,s,k} f_{rs,k}^{wo} (c_{rs}^{wo} - c_{rs,k}^{wo})}_{=0} - \underbrace{\sum_{r,s,k} f_{rs,k}^w (c_{rs}^w - c_{rs,k}^w)}_{=0} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore UB_{OD} = TC$$

(e.g. 円山 2006)

- 固定需要型確定的利用者均衡という最も基本的な配分モデルでは利用者便益は総費用の変化として計算できる
- 高速転換率内生モデルのように確率的選択を考慮すると固定需要であっても総交通費用の差は便益とみなせるとは限らない

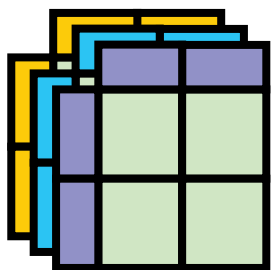
日配分による時間短縮便益？

- 道路事業の3便益：
時間短縮，費用減少，事故減少
- 日単位の均衡配分 (or 日単位の分割配分) のみで算出される時間短縮便益の妥当性：？
- 日本の実務でも（動的配分が難しくても）
せめて**時間帯別配分による評価に移行すべき**
- 学術的には日配分で算出されている便益が含みうるバイアスの傾向が研究課題になりうる

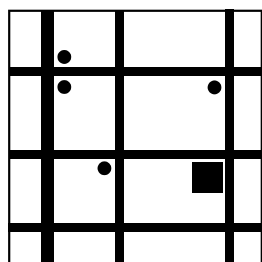
時間帯別配分モデル

入力

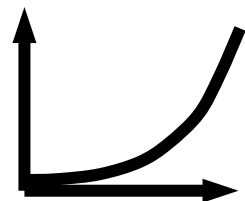
出力



1. 時間帯別OD表
1時間帯別なら
24枚のOD表



2. ネットワーク
データ



3. リンク
パフォーマンス
関数

交通容量,
時間価値

交通配分
モデル

時間帯別の

1. リンク交通量
2. 経路交通量
3. リンク旅行時間
4. 経路旅行時間
5. OD間旅行時間
6. など

日単位ではなく時間単位の交通容量

時間帯別均衡配分

- 時間帯間をまたぐ残留交通の影響を需要変動モデルの一種として扱うモデルもある
- 時間帯幅をどうするか？ 1時間, 2時間 or ピーク, オフピーク別など.
 - 少なくとも日配分よりは適切な所要時間の評価
- リンクパフォーマンス関数は、時間帯別がより自然に推定可能
 - そもそも「日単位の交通容量」は解釈しにくい
- 将来の時間帯OD表をどうする？
 - 日単位で作成される将来OD表を時間帯別OD表に変換するなど (現状の時間変動係数の利用等)
- 計算時間の負荷は問題ではない

時間帯別OD表の推計方法の蓄積

- 藤田ら(2016) 観測リンク交通量を利用し時間帯別ODを逆推定する方法. 通常のOD調査によるピーク時時間変動係数の過大推計を補正可
- 藤田・村上 (2016), 藤田・山上 (2021), 藤田・林 (2022) 上記モデルの改良. 地域特性を考慮した時間変動係数の推定など
- ETC, モバイル空間統計, 各種プローブデータなどを活用すると時間帯別OD表の推定法の改良が可能なはず

まとめ

- 交通配分はOD/ネットワーク/リンクコスト関数を入力して、リンク交通量等を出力
- 等価最適化問題におきかえると効率的に解くことができる
 - 解の性質を考察でき、モデル間の比較、新しいモデルの開発にも有用
- 多様な経路選択モデル/多次元の選択行動モデルと統合
- 日本の道路評価の現状（日配分）を改善していきましょう！

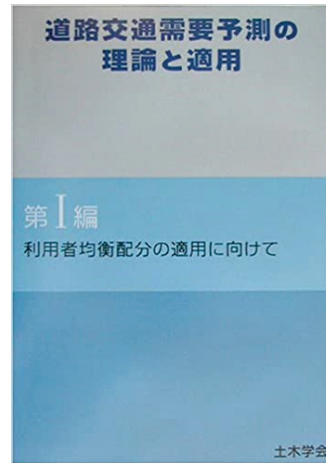
交通配分の参考資料

土木学会 1998
交通ネットワークの均衡分析



絶版

土木学会 2003 & 2006
道路交通需要予測の理論と適用 第I編 第II編



絶版



絶版

・ 土木学会 2017 土木計画学ハンドブック 4.2 節

★Yosef Sheffi 1985 URBAN TRANSPORTATION NETWORKS

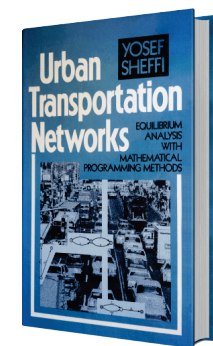
<https://sheffi.mit.edu/book/urban-transportation-networks>

Full text PDF file download可能

★東京大学都市生活学・ネットワーク行動学研究室

スタートアップゼミ2020 #4 交通ネットワークの均衡分析

<http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/startup20/file/slide4.pdf>



参考文献

- Nakayama, S., Chikaraishi, M., 2015. Unified closed-form expression of Logit and Weibit and its extension to a transportation network equilibrium assignment. *Transp. Res. Part B.* 81, 672–685.
- Chikaraishi, M., Nakayama, S., 2016. Discrete choice models with q -product random utilities. *Transp. Res. Part B.* 93, 576–595.
- Oyama, Y., Hato, E., 2019. Prism-based path set restriction for solving Markovian traffic assignment problem. *Transp. Res. Part B.* 122, 528–546.
- Oyama, Y., Hara, Y., and Akamatsu, T. 2022. Markovian traffic equilibrium assignment based on network generalized extreme value model, *Trans Res Part B*, 155, 135–159.
- 円山琢也, 2006. 交通需要のレベル別便益指標の一致性. 土木学会論文集 D 62, 460–473.
- 原祐輔, 赤松隆, 2014. Network GEV型経路選択モデルを用いた確率的利用者均衡配分. 土木学会論文集D3, 70(5), I_611-I_620.

参考文献

- 藤田素弘, 渡邊健, 山田真士: 観測交通量からの時間変動係数に基づく時間帯別OD交通量の逆推定手法の開発, 交通工学論文集, 2, 11-20, 2016.
- 藤田素弘, 村上慎太郎: 地域別方向別と域外交通を考慮した時間変動係数に基づく時間帯別OD交通量の逆推定手法, 土木学会論文集D3, 72, I_617-I_625, 2016.
- 藤田素弘, 山上恭平: 発時刻ベース時間変動係数に基づく変動抑制を考慮した時間帯別OD交通量の逆推定手法, 土木学会論文集D3, 77, 32-41, 2021.
- 藤田素弘, 林大樹: 域外域内ODの段階推定における発時刻ベース時間変動係数逆推定モデルの比較研究, 交通工学論文集, 8, A_34-A_42, 2022.